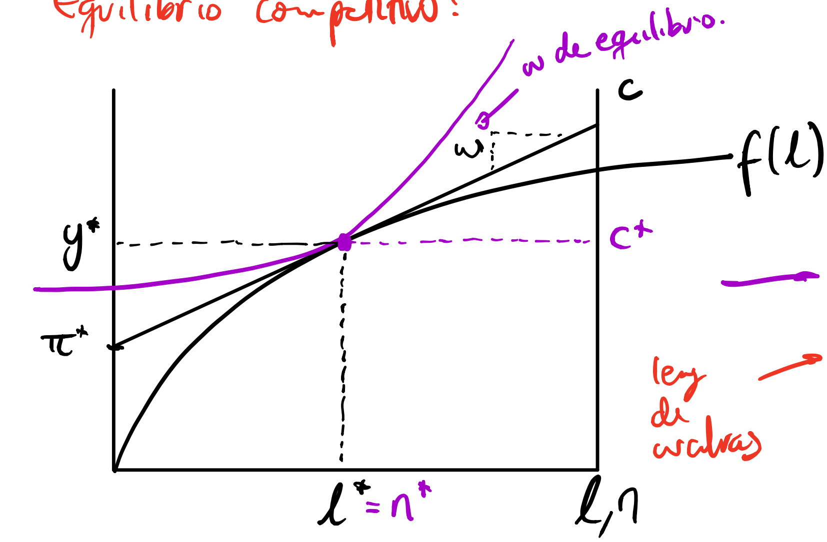
Equilibrio competitivo:



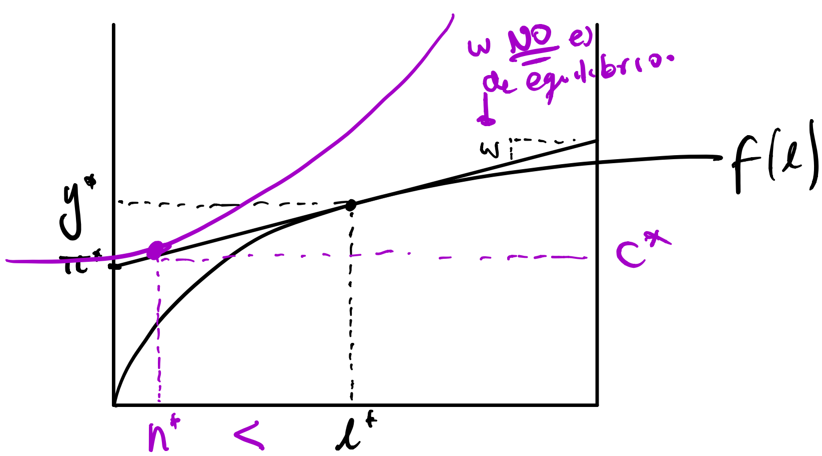
mdo de bienes y servicios se vacía:

$$c^* = y^*$$

ley de walras

mdo laboral se vacía:

$$l^* = n^*$$



mercado de bienes y servicios está en exceso de oferta:

$$y^* > c^*$$

mercado laboral está en exceso de demanda

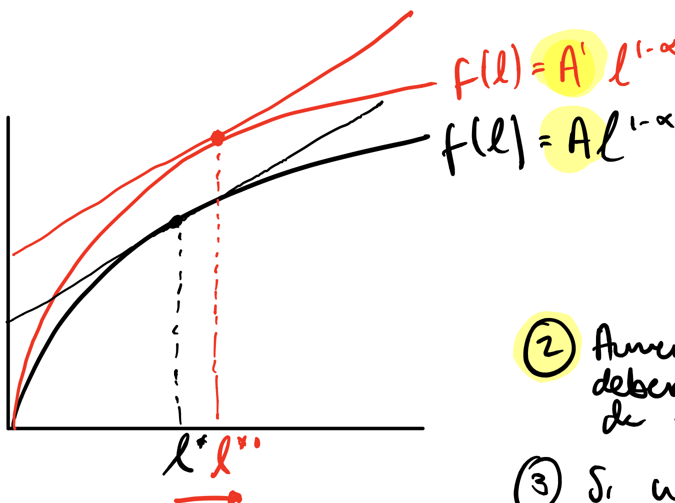
$$n^* < l^*$$

AGENTES HETEROGENEOS:

Hasta ahora hemos supuesto que J firmas idénticas, I consumidores idénticos. Ahora vamos a levantar el supuesto de agentes iguales:

Diferencias en productividad:

- Hay J consumidores idénticos.
- Supongamos que K firmas, $K<J$, aumentan su productividad.
- K firmas tienen productividad $A' > A$.
- $(J-K)$ firmas tienen productividad A.



Resultados esperados:

1. Las firmas que aumentaron su productividad aumentan su demanda laboral.
2. Aumento en demanda laboral debería aumentar los salarios de equilibrio.
3. Si $w\uparrow$, la demanda laboral de las firmas que **NO** aumentaron su productividad debería caer.

La productividad marginal del trabajo:

$$f'(\ell) = (1-\alpha)A\ell^{-\alpha}$$

Firmas optimizan:

$$f'(\ell) = w$$

Resolviendo el equilibrio:

Firmas: $$\ell_i^f(w) = \left(\frac{(1-\alpha)A_i}{w}\right)^{1/\alpha}$$

Firmas con productividad alta: $$\ell_a(w) = \left(\frac{(1-\alpha)A'}{w}\right)^{1/\alpha}$$

Firmas con product. baja: $l_0(w) = \left(\frac{(1-\alpha)A}{w}\right)^{1/\alpha}$

Demanda laboral agregada: $L^*(w) = \sum_{j=1}^{J} l_j^*(w)$

$$= \sum_{j=1}^{K} l_k^*(w) + \sum_{j=k+1}^{J} l_0(w)$$

$$L^*(w) = K\, l_k^*(w) + (J-K)\, l_0^*(w)$$

En equilibrio: $N^*(w) = L^*(w)$.

Oferta laboral: $n(w) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \sum_j \left(\frac{1}{I}\right) \frac{\pi_j^*(w)}{w}$

$$\frac{\pi_j^*(w)}{w\, l_j^*(w)} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \quad \Rightarrow \quad \frac{\pi_j^*(w)}{w} = \frac{\alpha}{1-\alpha} l_j^*(w)$$

$$\frac{\pi_k^*(w)}{w} = \frac{\alpha}{1-\alpha} l_k^*(w)$$

$$\frac{\pi_0^*(w)}{w} = \frac{\alpha}{1-\alpha} l_0^*(w)$$

$$\sum_{j=1}^{J} \frac{\pi_j^*(w)}{w} = \sum_{j=1}^{K} \frac{\pi_k^*(w)}{w} + \sum_{j=k+1}^{J} \frac{\pi_0^*(w)}{w}$$

$$= K \frac{\alpha}{1-\alpha} l_k^*(w) + (J-K) \frac{\alpha}{1-\alpha} l_0^*(w)$$

$$= \frac{\alpha}{1-\alpha}\left[K\, l_k^*(w) + (J-K)\, l_0^*(w)\right]$$

$$= \frac{\alpha}{1-\alpha} L^*(w)$$

$$n(\omega) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \sum_j \left(\frac{1}{I}\right) \frac{\pi_j^*(\omega)}{\omega}$$

$$n(\omega) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\left(\frac{1}{I}\right) \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha} L^*(\omega)$$

En eq. $N(\omega) = L(\omega)$, $N(\omega) = I\,n(\omega)$

$$I\,n(\omega) = N(\omega) = \frac{IH}{1+\gamma} - \frac{\cancel{I}\gamma}{1+\gamma}\left(\frac{1}{\cancel{I}}\right)\frac{\alpha}{1-\alpha} L(\omega)$$

$$N^* = \frac{IH}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\alpha}{1-\alpha} L^* \quad , \quad N^* = L^*$$

$$L^* = \frac{IH}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\alpha}{1-\alpha} L^*$$

$$\boxed{L^* = \frac{(1-\alpha) I H}{1+\gamma-\alpha}} \longrightarrow \text{demanda laboral agregada.}$$

$$\boxed{N^* = \frac{(1-\alpha) I H}{1+\gamma-\alpha}} \longrightarrow \text{oferta agregada.}$$

$$L^* = K\,l_K(\omega^*) + (J-K)\,l_0(\omega^*)$$

$$\frac{(1-\alpha) I H}{1+\gamma-\alpha} = K\left(\frac{(1-\alpha)A'}{\omega^*}\right)^{\frac{1}{\alpha}} + (J-K)\left(\frac{(1-\alpha)A}{\omega^*}\right)^{1/\alpha}$$

$$\frac{(1-\alpha) I H}{1+\gamma-\alpha} = \left(\frac{(1-\alpha)}{\omega^*}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\left[K(A')^{\frac{1}{\alpha}} + (J-K)A^{\frac{1}{\alpha}}\right]$$

$$(\omega^*)^{\frac{1}{\alpha}} = \frac{(1-\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}}{(1-\alpha) I H}(1+\gamma-\alpha)\left[K(A')^{\frac{1}{\alpha}} + (J-K)A^{\frac{1}{\alpha}}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{w^* = \frac{(1-\alpha)^{1-\alpha}}{(IH)^\alpha}(1+\gamma-\alpha)^\alpha \left[K(A')^{\frac{1}{\alpha}} + (J-K)A^{\frac{1}{\alpha}}\right]^\alpha}$$

promedio ponderado de las productividades de las firmas en la economía.

En economía con firmas iguales:

$$\boxed{w^* = \frac{(1-\alpha)^{1-\alpha}}{(IH)^\alpha}(1+\gamma-\alpha)^\alpha \underline{A}}$$

Si $K=0 \Rightarrow w^*$ original.

$$\frac{\partial w^*}{\partial A'} > 0 \quad , \quad \frac{\partial w^*}{\partial K} > 0$$

Qué ocurre con l_k^*, l_o^*?

$$\boxed{l_k^* = \frac{IH(1-\alpha)(A')^{\frac{1}{\alpha}}}{\left(K(A')^{\frac{1}{\alpha}} + (J-K)A^{\frac{1}{\alpha}}\right)(1+\gamma-\alpha)}}$$

$$\boxed{l_o^* = \frac{IH(1-\alpha)A^{\frac{1}{\alpha}}}{\left(K(A')^{\frac{1}{\alpha}} + (J-K)A^{\frac{1}{\alpha}}\right)(1+\gamma-\alpha)}}$$

$A' > A$

$\underline{l_k^*} > \underline{l_o^*}$

L^* es constante.

En resumen: (1) K firmas aumentan su demanda laboral

(2) salario aumenta.

(3) $(J-K)$ firmas reducen demanda laboral

En el agregado, (1) y (3) se compensan y la demanda laboral agregada <u>NO</u> cambia.

Finalmente: $$Y^* = \sum_{j=1}^{J} y_j^* = \sum_{j=1}^{K} y_k^* + \sum_{j=K+1}^{J} y_o^*$$

$$= K y_k^* + (J-K) y_o^*$$

$$\boxed{Y^* = \left[K(A')^{\frac{1}{\alpha}} + (J-K)A^{\frac{1}{\alpha}}\right]^{\alpha} \left[\frac{(1-\alpha)IH}{1+\gamma-\alpha}\right]^{1-\alpha}}$$

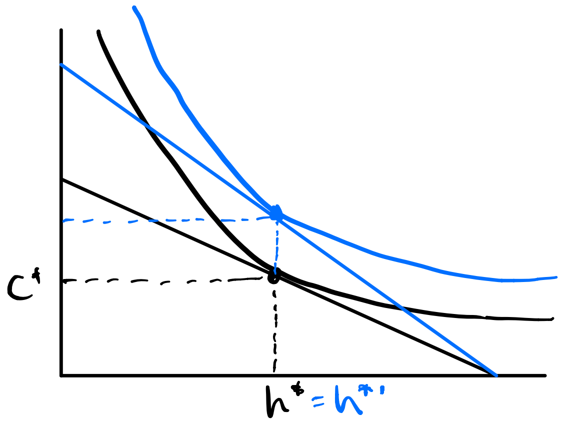
Alternativamente:

$$\underbrace{w = (1-\alpha)A'\left(\frac{(1-\alpha)A'}{w}\right)^{1/\alpha}}_{K \text{ firmas}} \qquad \underbrace{w = (1-\alpha)A\left(\frac{(1-\alpha)A}{w}\right)^{1/\alpha}}_{J-K \text{ firmas}}$$

(2) Distribución del ingreso:

- J firmas idénticas.
- Hay dos tipos de hogares:
  1. Empresarios: $E < I$ dueños de las firmas en la misma proporción: $\theta_{ij} = \frac{1}{E}$, $i \in \{1, \dots, E\}$, $j \in \{1, \dots, J\}$.
  2. Proletarios: $(I-E)$ que tienen $\theta_{ij} = 0$.
- Firmas son iguales que siempre: $l(w) = \left(\frac{(1-\alpha)A}{w}\right)^{1/\alpha}$
- Hogares: $n_i(w) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma} \sum_j \theta_{ij} \frac{\pi_j'(w)}{w}$

Proletarios: $\theta_{ij} = 0$: $\boxed{n_p(w) = \frac{H}{1+\gamma}}$ → oferta laboral de proletarios: inelástica.



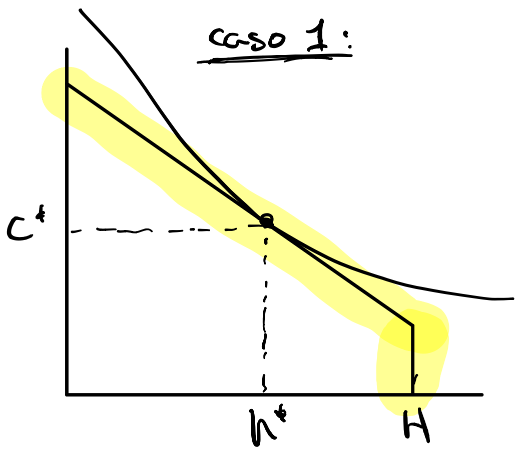
Dadas las formas funcionales que hemos escogido, el efecto renta y el efecto sustitución se cancelan.

$\Rightarrow n_p^*(w) = \frac{H}{1+\gamma}$ no depende del salario.

Empresarios: $n_e(w) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{J}{E}\frac{\pi(w)}{w}$

$\theta_{ij} = \frac{1}{E} \quad \forall j \in \{1, \dots, J\}.$

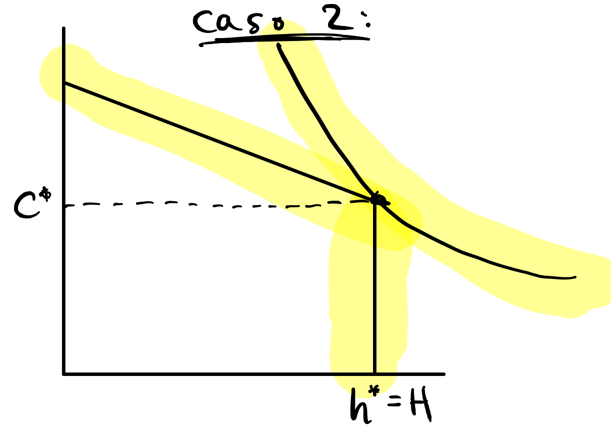
caso 1:



$h^* < H \Rightarrow n^* = H - h^* > 0$

$\Rightarrow$ empresarios trabajan.

caso 2:



$h^* = H \Rightarrow n^* = H - h^* = 0$

$\Rightarrow$ empresarios NO trabajan.

$$n_e(w) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{J}{E}\frac{\pi(w)}{w} \longrightarrow \frac{\pi(w)}{w} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\ell(w)$$

$$\Rightarrow \boxed{n_e(w) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{J}{E}\frac{\alpha}{1-\alpha}\ell(w)} \longrightarrow \text{solución interior.}$$

Los empresarios: • trabajan si $n_e(w) > 0$
• No trabajan si $n_e(w) \leq 0$

$$n_e(w) = \max\left\{0, \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{I}{E}\frac{\alpha}{1-\alpha}\ell(w)\right\}$$

Salario de reserva $\bar{w}$: salario por debajo del cual los individuos <u>NO</u> trabajan.

$$\boxed{\frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{I}{E}\frac{\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{(1-\alpha)A}{\bar{w}}\right)^{\frac{1}{\alpha}} = 0} \longrightarrow \bar{w} \text{ de reserva.}$$

Solución del eq: ① solucionar el equilibrio asumiendo que $n_e(w) > 0$.
② Encontrar el salario de equilibrio w^*.
③ Verificar que efectivamente a un salario w^*, $n_e^*(w^*) > 0$.
④ Si $n_e^*(w^*) \geq 0$ <u>NO</u> se cumple (si $n_e^*(w^*) < 0$)
$\Rightarrow$ hay solución de esquina y los empresarios <u>NO</u> trabajan.

<u>Equilibrio:</u> $n_p^* = \frac{H}{1+\gamma}$. Asumimos que empresarios trabajan:

$$n_e(w) = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{I}{E}\ell(w) \qquad (*)$$

Vaciado de mercado: $N(w) = L(w)$

$$N(w) = \sum_{i=1}^{I} n_i^*(w) = \sum_{i=1}^{E} n_e(w) + \sum_{i=E+1}^{I} n_p(w)$$

$$= E\,n_e(w) + (I-E)\,n_p(w)$$

$$N(\omega) = \cancel{\frac{EH}{1+\gamma}} - \frac{\cancel{\epsilon}\gamma}{1+\gamma}\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{J}{\cancel{\epsilon}}\ell(\omega) + (I-\cancel{\epsilon})\frac{H}{1+\gamma}$$

$$N(\omega) = \frac{IH}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\alpha}{1-\alpha} J\ell(\omega) = L(\omega), \quad N(\omega) = L(\omega)$$

$$N^* = \frac{IH}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\alpha}{1-\alpha} N^* \Rightarrow \boxed{N^* = \frac{(1-\alpha)HI}{1+\gamma-\alpha}}$$

$$L^* = J\ell^* \Rightarrow \ell^* = \frac{L^*}{J} \qquad \boxed{L^* = \frac{(1-\alpha)HI}{1+\gamma-\alpha}}$$

$$\boxed{\ell^* = \frac{I}{J}\frac{(1-\alpha)H}{1+\gamma-\alpha}}$$

Camino largo, encontrar w^*, luego $n_e(w^*)$ y verificar que $n_e(w^*) \geq 0$.

$$\boxed{w^* = (1-\alpha)A\left(\frac{I}{J}\frac{(1-\alpha)H}{1+\gamma-\alpha}\right)^{-\alpha}}$$

Camino corto:

$$N^* = E\, n_e(w^*) + (I-E)\, n_p(w^*)$$

$$N^* = \epsilon n_e^* + (I-\epsilon) n_p^* \qquad \frac{H}{1+\gamma}$$

$$\frac{(1-\alpha)HI}{1+\gamma-\alpha}$$

$$\frac{(1-\alpha)HI}{1+\gamma-\alpha} = \epsilon n_e^* + (I-\epsilon)\frac{H}{1+\gamma}$$

$$\epsilon n_e^* = \frac{(1-\alpha)HI}{1+\gamma-\alpha} - \frac{(I-\epsilon)H}{1+\gamma}$$

$$\Rightarrow \boxed{n_e^* = \frac{1}{\epsilon}\frac{(1-\alpha)HI}{1+\gamma-\alpha} - \frac{(I-\epsilon)}{\epsilon}\frac{H}{1+\gamma}}$$

En las notas: $n_e^* = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\alpha}{1+\gamma-\alpha}\frac{I}{\epsilon}H$

verificar que $n_e^* \geq 0$:

$$\frac{1}{\epsilon}\frac{(1-\alpha)HI}{1+\gamma-\alpha} - \frac{(I-\epsilon)}{\epsilon}\frac{H}{1+\gamma} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cancel{\epsilon}}\frac{(1-\alpha)\cancel{H}I}{1+\gamma-\alpha} \geq \frac{(I-\epsilon)}{\cancel{\epsilon}}\frac{\cancel{H}}{1+\gamma} \quad \Leftrightarrow \frac{(1-\alpha)}{1+\gamma-\alpha}I \geq \underbrace{\frac{(I-\epsilon)}{1+\gamma}}_{\frac{I}{1+\gamma}-\frac{\epsilon}{1+\gamma}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{\epsilon}{I} \geq \frac{\gamma\alpha}{1+\gamma-\alpha}}$$

$\frac{\epsilon}{I}$ es la proporción de empresarios en la economía.

Si la proporción de empresarios en la economía es suficientemente grande $\Rightarrow$ los empresarios van a trabajar.

Si $\boxed{\frac{\epsilon}{I} < \frac{\gamma\alpha}{1+\gamma-\alpha}}$ → Si prop. de empresarios es pequeña, los ingresos no laborales de cada empresario son muy altos $\Rightarrow$ empresarios no trabajan.

Si $\frac{\epsilon}{I} < \frac{\gamma\alpha}{1+\gamma-\alpha}$ estamos en el caso 2:

$$n_p^* = \frac{H}{1+\gamma}, \quad n_e^* = 0$$

$$N^* = \epsilon \cancel{n_e^*}^{\,0} + (I-\epsilon)n_p^* \qquad \boxed{\frac{(I-\epsilon)H}{1+\gamma} = N^* = L^*}$$

$$L^* = J\ell^* \quad \Rightarrow \boxed{\ell^* = \frac{(I-\epsilon)}{J}\frac{H}{1+\gamma}}$$

$$w^* = (1-\alpha) A l^{*-\alpha} \Rightarrow \boxed{w^* = (1-\alpha) A \left(\frac{I-\epsilon}{J}\frac{H}{1+\gamma}\right)^{-\alpha}}$$

$$y^* = A l^{*1-\alpha} \Rightarrow \boxed{y^* = A\left(\frac{I-\epsilon}{J}\frac{H}{1+\gamma}\right)^{1-\alpha}}$$

$$\boxed{\pi^* = \alpha A \left(\frac{I-\epsilon}{J}\frac{H}{1+\gamma}\right)^{-\alpha}}$$

$$\boxed{Y^* = J y^* = J A \left(\frac{I-\epsilon}{J}\frac{H}{1+\gamma}\right)^{1-\alpha}}$$

Puede haber 2 casos, dependiendo de los parámetros del modelo:

① Si $\frac{\epsilon}{I} \geq \frac{\gamma\alpha}{1+\gamma-\alpha}$: empresarios trabajan.

$$n_p^* = \frac{H}{1+\gamma}$$

$$n_e^* = \frac{H}{1+\gamma} - \frac{\gamma}{1+\gamma}\frac{\alpha}{1+\gamma-\alpha}\frac{I}{\epsilon}H$$

⋮

② Si $\frac{\epsilon}{I} \leq \frac{\gamma\alpha}{1+\gamma-\alpha}$: empresarios <u>NO</u> trabajan:

$$n_p^* = \frac{H}{1+\gamma}$$

$$n_e^* = 0$$

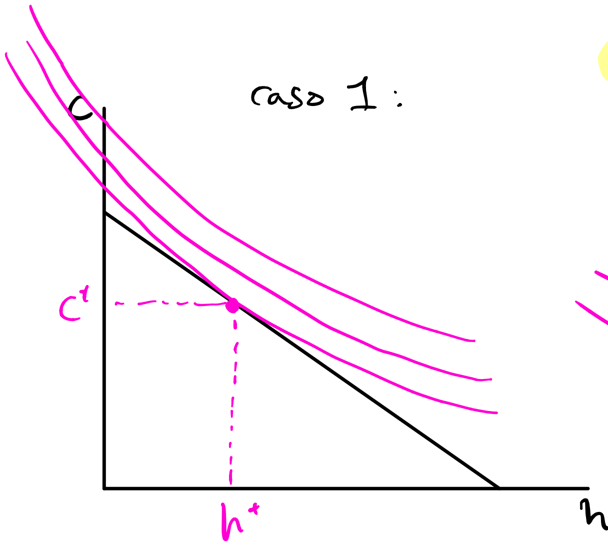
⋮

Preferencias cuasilineales:

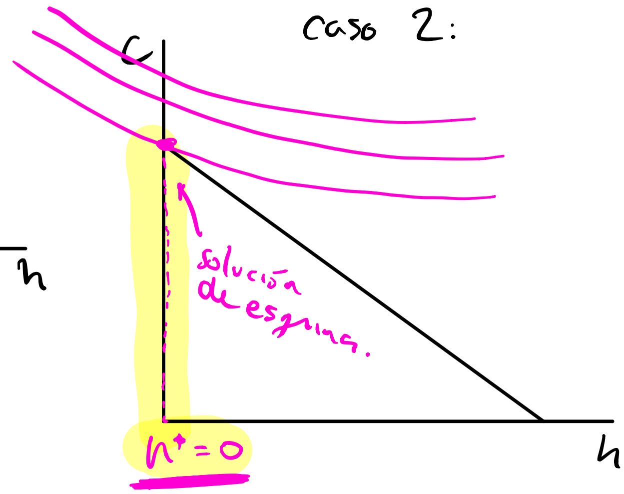
$$u(c,h) = c - \frac{(H-h)^{1+\gamma}}{1+\gamma}$$

$$u(c,n) = c - \frac{n^{1+\gamma}}{1+\gamma}$$

caso 1:



caso 2:



$$\max_{c,h} \; c - \frac{(H-h)^{1+\gamma}}{1+\gamma} \quad \text{s.a.} \quad c + wh = wH + \pi(w)$$

$$\mathcal{L} = c - \frac{(H-h)^{1+\gamma}}{1+\gamma} + \lambda[wH + \pi(w) - c - wh]$$

$$\left.\begin{array}{l} [c]: \; 1 - \lambda = 0 \\ [h]: \; -(H-h)^{\gamma} + w\lambda = 0 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} \lambda = 1 \\ \boxed{h^* = H - w^{\frac{1}{\gamma}}} \end{array}$$

↳ si w es muy grande, h^* es negativo.

$$\boxed{h(w) = \max\{0, H - w^{\frac{1}{\gamma}}\}}$$

$$n = H - h \implies \boxed{n(w) = \min\{H, w^{\frac{1}{\gamma}}\}}$$

$$C(w) = w\left(\underline{H - h(w)}\right) + \pi(w)$$

$$\boxed{C(w) = \min\left\{wH,\ w^{\frac{1+\gamma}{\gamma}}\right\} + \pi(w)}$$